### Matemātikas uzdevumi par Dirihlē principu

## Uzdevums 0

Pļaviņā rotaļājas 5 hobiti. Paugurā pie pļaviņas ir trīs hobitu alas. Pēkšņi no meža atskanēja orku kaujas sauciens un hobiti panikā saskrēja alās, kur nu kurais. Ko (lai cik nekonstruktīvu) var izspriest orku sirotāji par hobitu skaitu alās?

## Uzdevums 1

Kurmenistānā ir *m* futbola komandas, katrā pa 11 spēlētājiem. Visi šie spēlētāji ir savākušies lidostā, lai dotos uz futbola turnīru uz Turlandi. Lidmašīna veica 10 reisus no Kurmenistānas un Turlandi un katru reizi aizveda *m* spēlētājus. Vēl viens spēlētāji nenocietās un aizbrauca uz Turlandi ar autobusu. Pierādiet, ka Turlandē šobrīd vismaz viena no komandām ir pilnā sastāvā.

## Uzdevums 2

Pierādiet, ka jebkurā 5 cilvēku kompānijā eksistē divi ar vienādu paziņu skaitu šajā kompānijā.

## Uzdevums 3

Doti 8 dažādi naturāli skaitļi, kas nepārsniedz 15. Pierādiet, ka starp šo skaitļu savstarpējām starpībām ir vismaz trīs vienādas.

## Uzdevums 4

Kādu maksimālo daudzumu karaļu var novietot uz šaha laukuma tā, lai neviens no tiem neapdraudētu otru?

## Uzdevums 5

Kvadrātā 1x1 metrs sameta 51 (punktveida) monētu. Pierādiet, ka ar 20x20 cm papīra lapu var pārklāt 3 monētas

## Uzdevums 6

Pierādiet, ka eksistē skaitļa 3 pakāpe, kas beidzas ar cipariem 001

## Uzdevums 7

Pierādiet, ka starp jebkuriem 6 cilvēkiem eksistē vai nu trīs savstarpēji pazīstami, vai arī trīs savstarpēji nepazīstami

## Uzdevums 8

11 studenti apmeklē 5 lekcijas (ne obligāti visas). Pierādiet, ka eksistē tādi studenti A un B, ka visas lekcijas, ko apmeklē A, apmeklē arī B

## Uzdevums 9

Parkā iestādīti 10000 koku rūtiņa režģa 100x100 virsotnēs. Kādu lielāko daudzumu koku var nocirst, lai stāvot uz jebkura no celmiem nevarētu redzēt nevienu citu celmu? (t.i. nevieni divi celmi neatrodas uz vienas taisnes tā, ka uz šīs pašas taisnes starp šiem celmiem neatrasots kāds nenocirsts koks)

## Uzdevums 10

Kopa *A* sastāv no 2016 dažādiem skaitļiem, visi šo skaitļu pirmreizinātāji ir mazāki par

1. 29
2. 30.

Pierādīt, ka kopā *A* var atrast tādus 4 dažādus skaitļus *a,b,c* un *d*, ka *abcd* ir naturāla skaitļa kvadrāts!

## Bonus-uzdevums

Izdomājiet Dirihlē principa “6. vispārinājumu” – *a* hobiti saskrēja *b* alās, un zināms, ka alas maksimālā ietilpība ir *c*.

Iespējams, ka starp *a*, *b* un *c* jāievieš papildus sakarības. (piemēram, ja *c>a* tad šis neatšķiras no parastā Dirihlē principa).